

FIZYKA

Dynamika

I zasada dynamiki

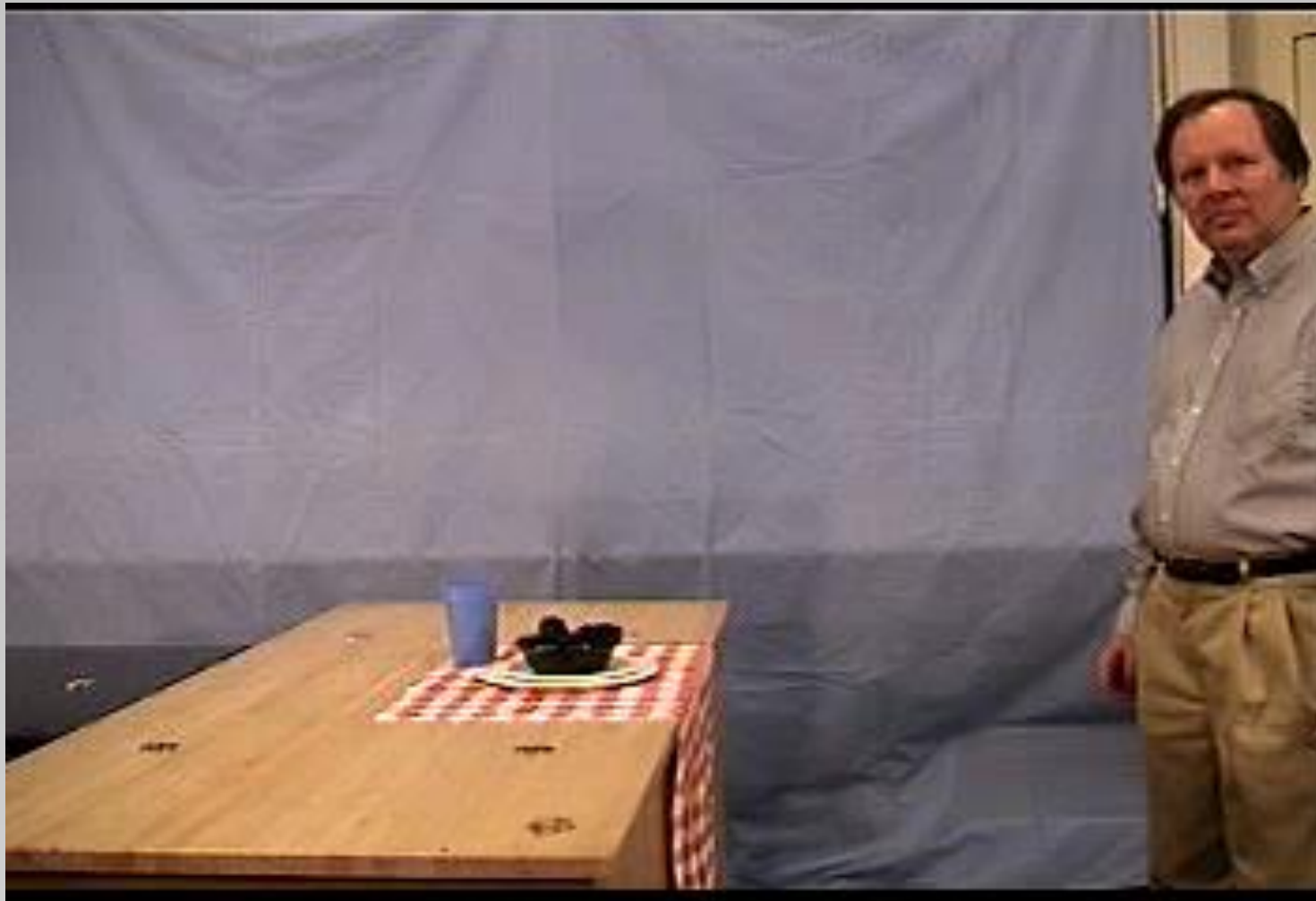
Jeżeli na ciało nie działają siły (lub siły działające równoważą się), to ciało pozostaje w stanie spoczynku lub ruchu jednostajnego, prostoliniowego



Układy inercjalne (pozostające w spoczynku lub stanie ruchu jednostajnego prostoliniowego)

Masa

Masa – miara bezwładności ciała



Masa

Masa – miara bezwładności ciała



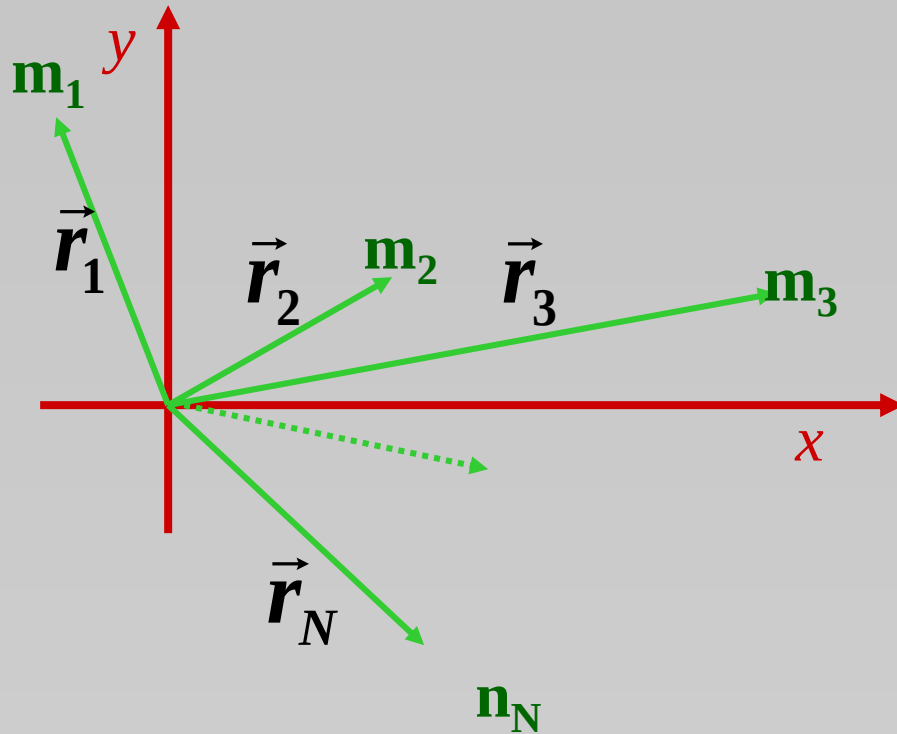
Masa

Masa – miara bezwładności ciała



Środek masy

Układ punktów materialnych:



$$\vec{r}_{\text{sm}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{r}_i$$

$$M = \sum_{i=1}^N m_i$$

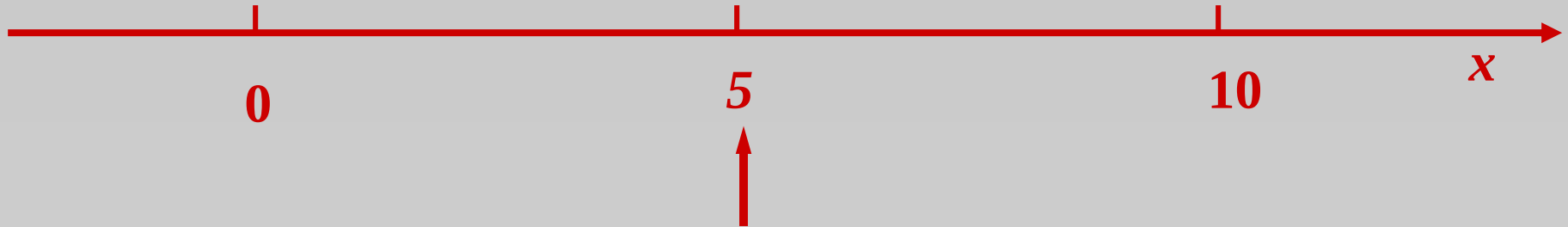
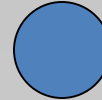
Środek masy

Przykład:

$m_1 = 2 \text{ kg}$



$m_2 = 2 \text{ kg}$



$$x_{sm} = \frac{2kg \cdot 0m + 2kg \cdot 10m}{2kg + 2kg} = 5m$$

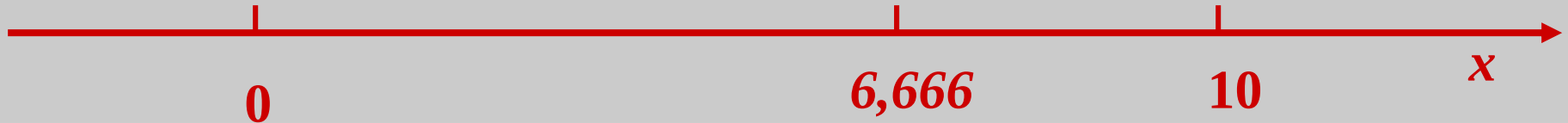
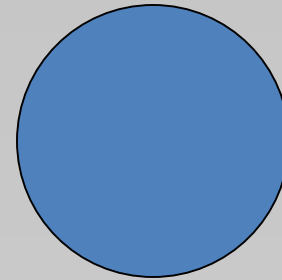
Środek masy

Przykład:

$m_1 = 2 \text{ kg}$



$m_2 = 4 \text{ kg}$



$$x_{sm} = \frac{2\text{kg} \cdot 0\text{m} + 4\text{kg} \cdot 10\text{m}}{2\text{kg} + 4\text{kg}} = 6,666\text{m}$$

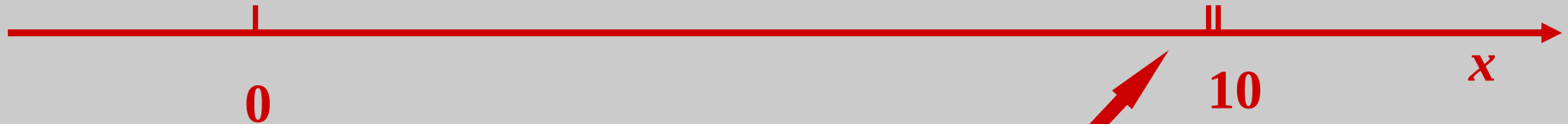
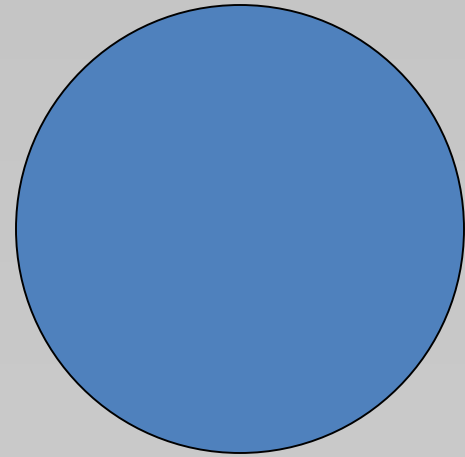
Środek masy

Przykład:

$m_1 = 1 \text{ kg}$



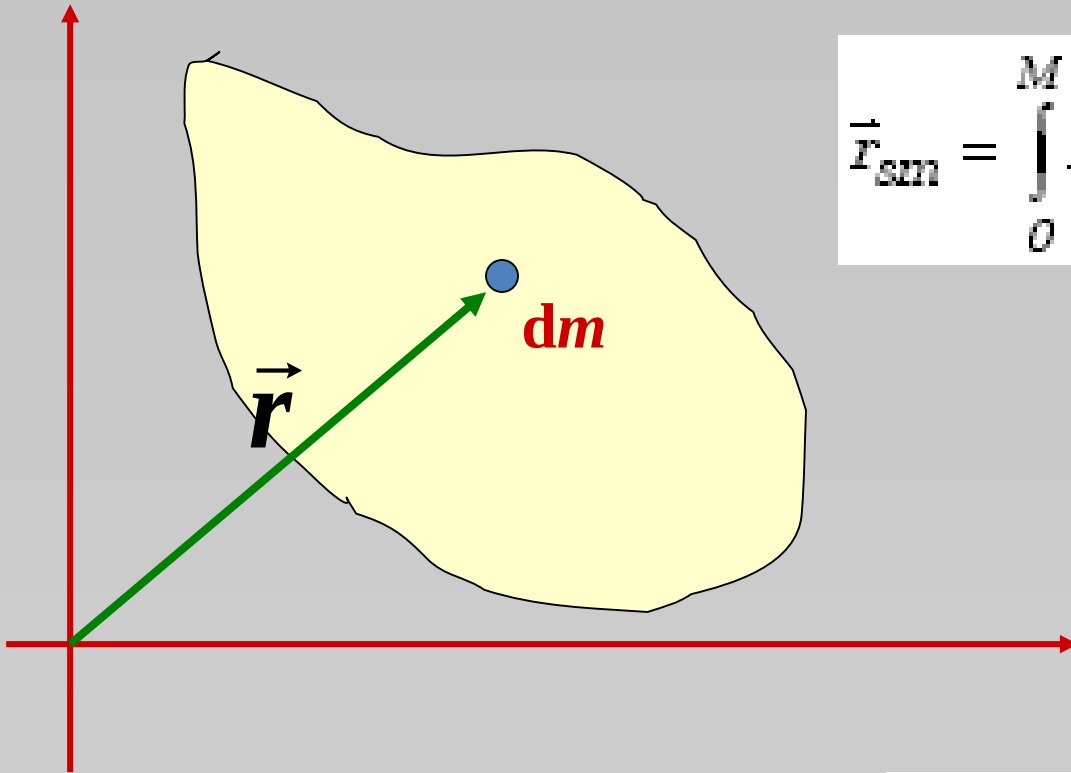
$m_2 = 100 \text{ kg}$



$$x_{sm} = \frac{1\text{kg} \cdot 0\text{m} + 100\text{kg} \cdot 10\text{m}}{1\text{kg} + 100\text{kg}} = 9,9\text{m}$$

Środek masy

Obiekt o ciągłym rozkładzie masy:



$$\vec{r}_{cm} = \int_0^M \vec{r} \cdot dm = \int_0^V \vec{r} \cdot \rho \cdot dV$$

$$M = \sum_{i=1}^N m_i$$

Gęstość:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

Środek masy



Środek masy



Wektor pędu

Pęd ciała o masie m i prędkości $\vec{v}$ $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Pęd układu N punktów materialnych
równy jest pędowi jego środka masy:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N m_i \cdot \vec{v}_i$$

$$M \cdot \frac{d\vec{r}_{sm}}{dt} = M \cdot \vec{v}_{sm} = \sum_{i=1}^N (m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt}) = \sum_{i=1}^N (m_i \cdot \vec{v}_i)$$

Wektor pędu

$$\sum_{i=1}^N (m_i \cdot \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = M \cdot \vec{v}_{sm} = \vec{p}_{sm}$$

Suma pędów układu
punktów materialnych

=

Pędowi jego środka masy

Prędkość środka masy:

$$\vec{v}_{sm} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \frac{\sum_{i=1}^N (m_i \cdot \vec{v}_i)}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

II zasada dynamiki

Szybkość zmiany pędu ciała jest równa sile działającej na to ciało.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Kierunek zmiany pędu jest zgodny z kierunkiem działającej siły.

Jeśli masa ciała stała:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

II zasada dynamiki



II zasada dynamiki

Dla układu N punktów materialnych:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2$$

$\vdots$

$$\frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_N$$

Środek masy układu porusza się tak, jakby na niego działała wypadkowa wszystkich sił działających na układ.

Sumujemy stronami:

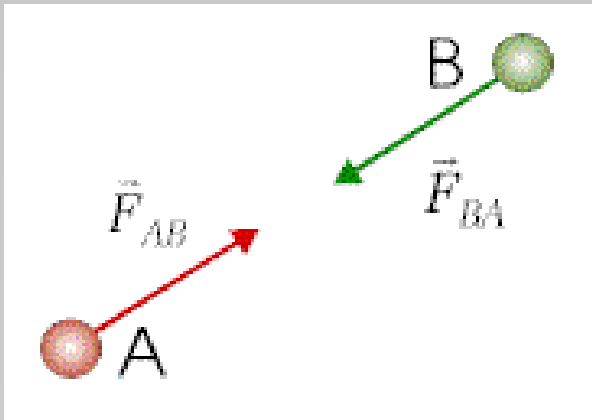
$$\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d\vec{p}_{sm}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}_{sm}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

III zasada dynamiki

Oddziaływania wzajemne dwóch ciał są zawsze równe co do wartości, ale przeciwnie skierowane.



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Siły akcji i reakcji działają na różne ciała!

III zasada dynamiki



II zasada dynamiki



II zasada dynamiki

Dla układu N punktów materialnych:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i = \vec{F}_i^{(w)} + \vec{F}_i^{(z)}$$


Na każdy punkt działają siły wewnętrzne i zewnętrzne

$$\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \underbrace{\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{(w)}}_{=0} + \sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{(z)}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{(z)}$$

Siły wewnętrzne nie mają wpływu na ruch układu

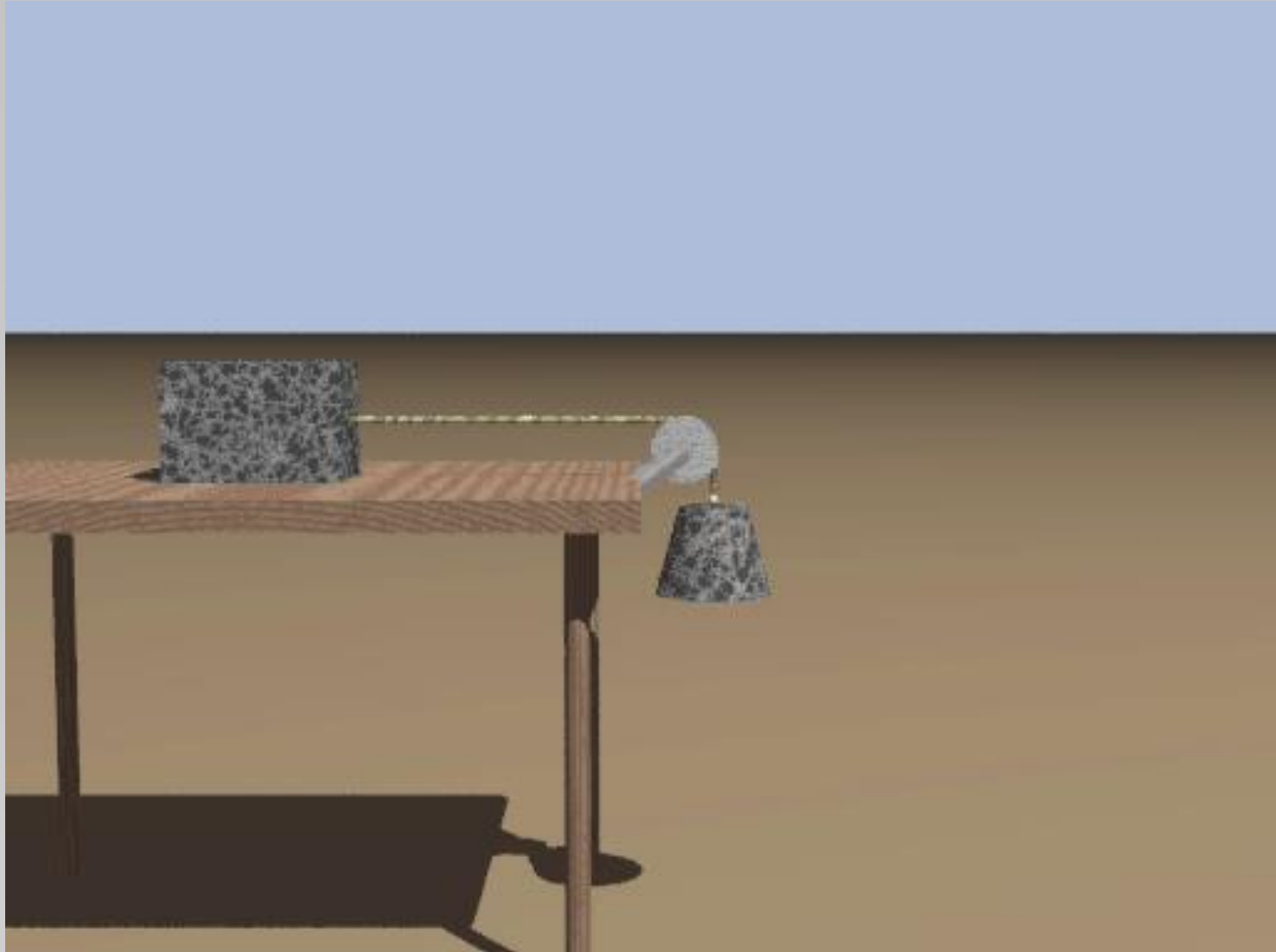
Równania Newtona

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

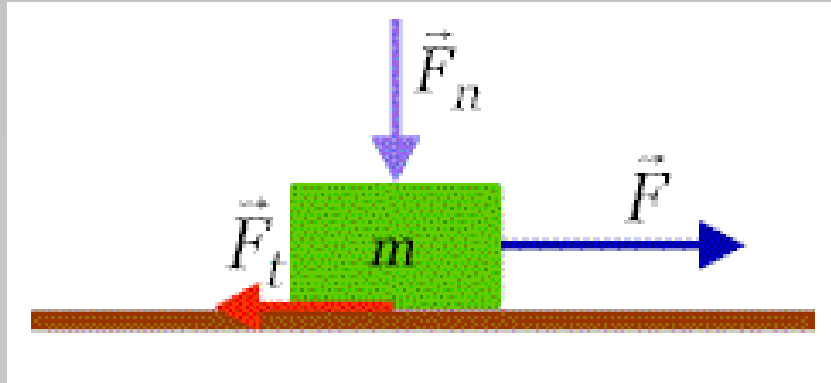
Układ równań dla składowych **x, y, z**:

$$\begin{aligned} F_x &= m \cdot a_x = m \cdot \frac{dv_x}{dt} = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \\ F_y &= m \cdot a_y = m \cdot \frac{dv_y}{dt} = m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} \\ F_z &= m \cdot a_z = m \cdot \frac{dv_z}{dt} = m \cdot \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned}$$

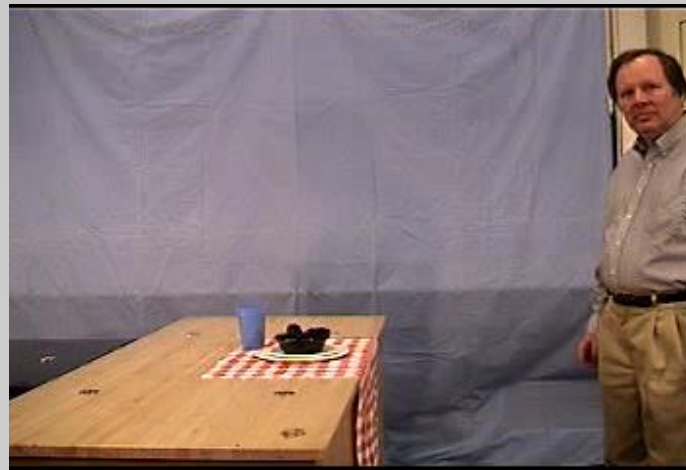
Analiza sił w układzie



Tarcie

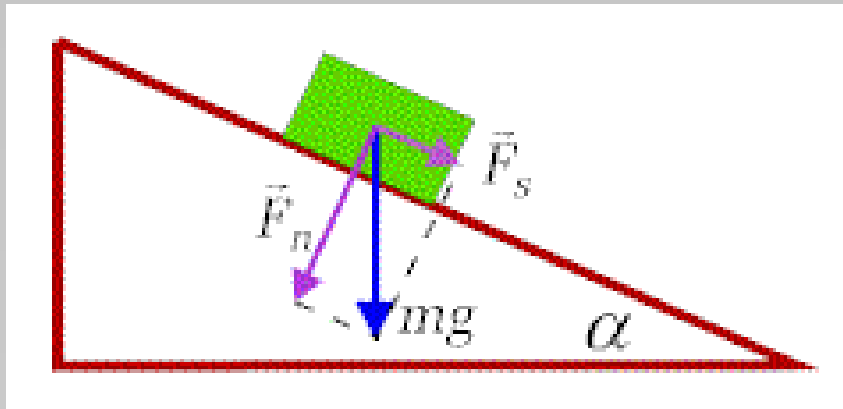


$$F_t = \mu \cdot F_n$$



Tarcie

$$F_s = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$



$$F_s = \mu_s \cdot F_n = \mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\mu_s = \operatorname{tg} \alpha$$

Siły sprężystości

Podstawową cechą sił sprężystości jest proporcjonalność siły do odkształcenia.

Ciało nazywamy doskonale sprężystym jeśli po ustąpieniu sił deformujących wraca całkowicie do postaci pierwotnej.

Naprężenie:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Prawo Hooke'a:

$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

K - moduł sprężystości

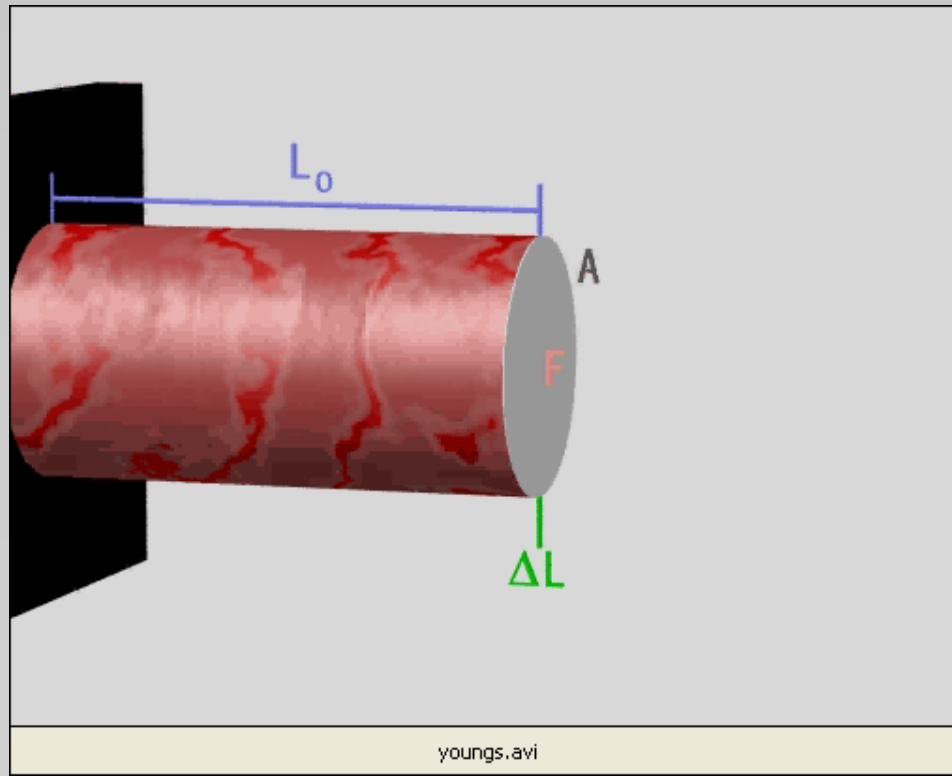
Siły sprężystości

Jeśli odkształcenie jest liniowe (rozciąganie lub ściskanie):

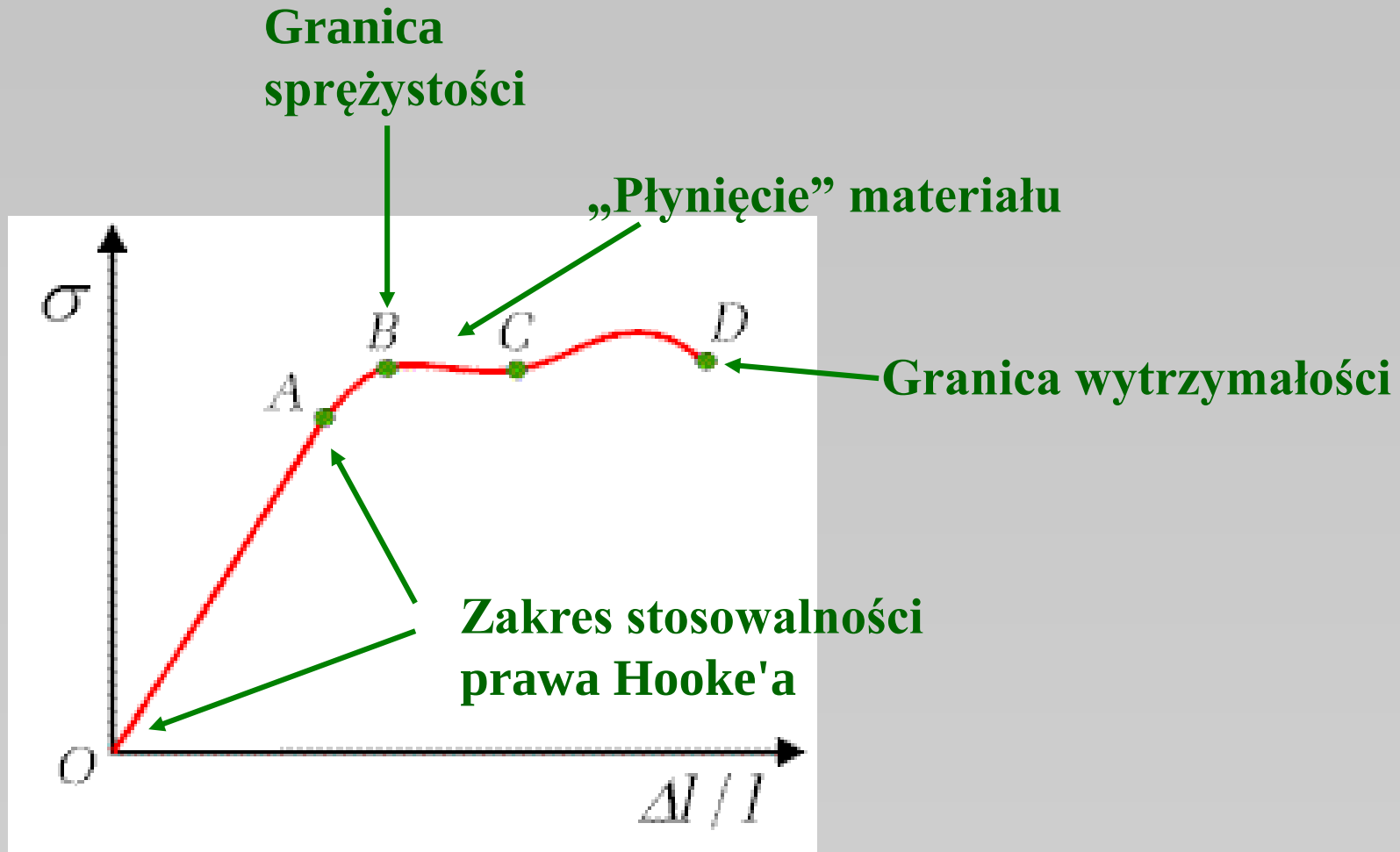
Prawo Hooke'a:

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

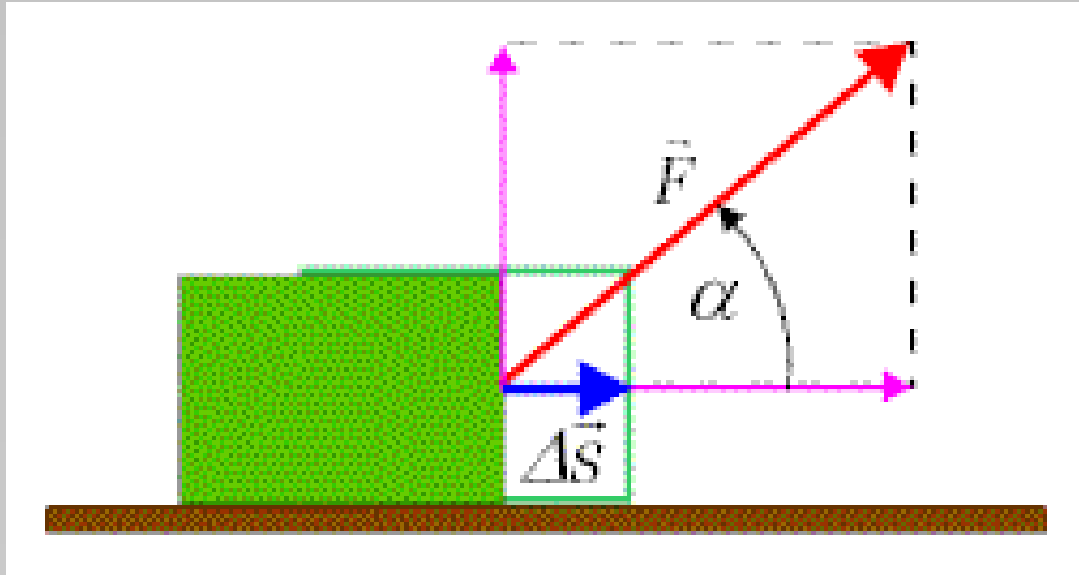
***E* - moduł Younga**



Siły sprężystości



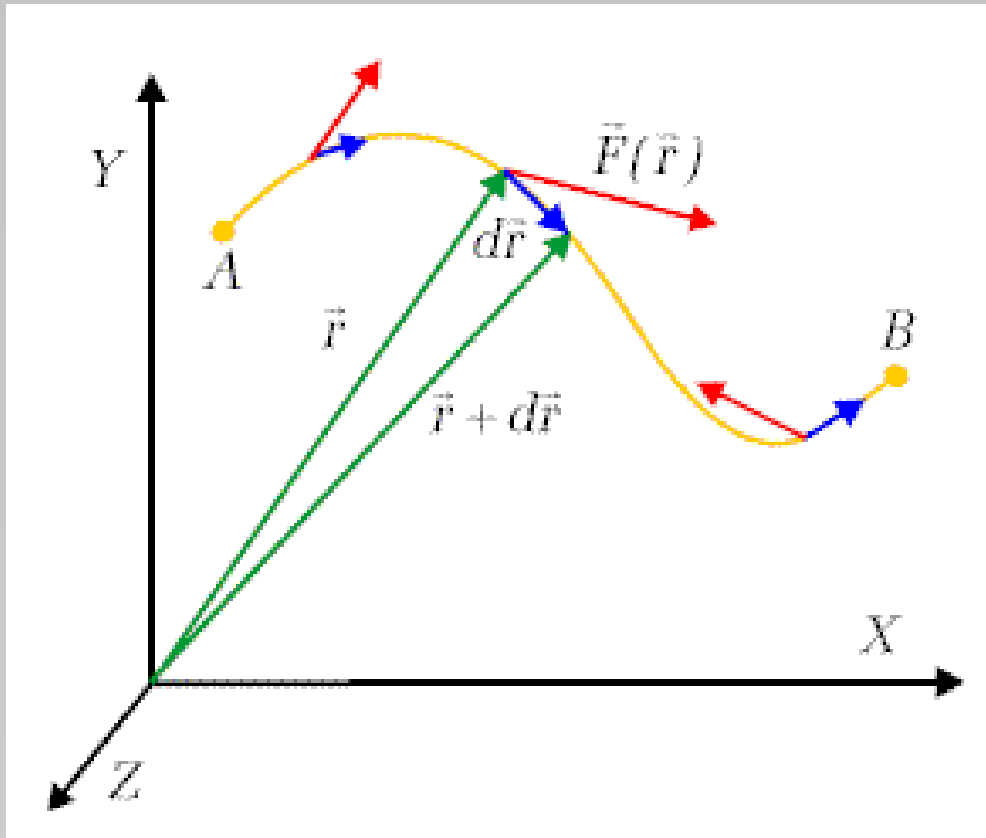
Praca



$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$$

Jednostka pracy – $1\text{J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$

Praca



$$dW = \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r}$$

Praca

$$dW = \left(\sum_i \vec{F}_i \right) \cdot d\vec{r} = \sum_i (\vec{F}_i \cdot d\vec{r}) = \sum_i dW_i$$

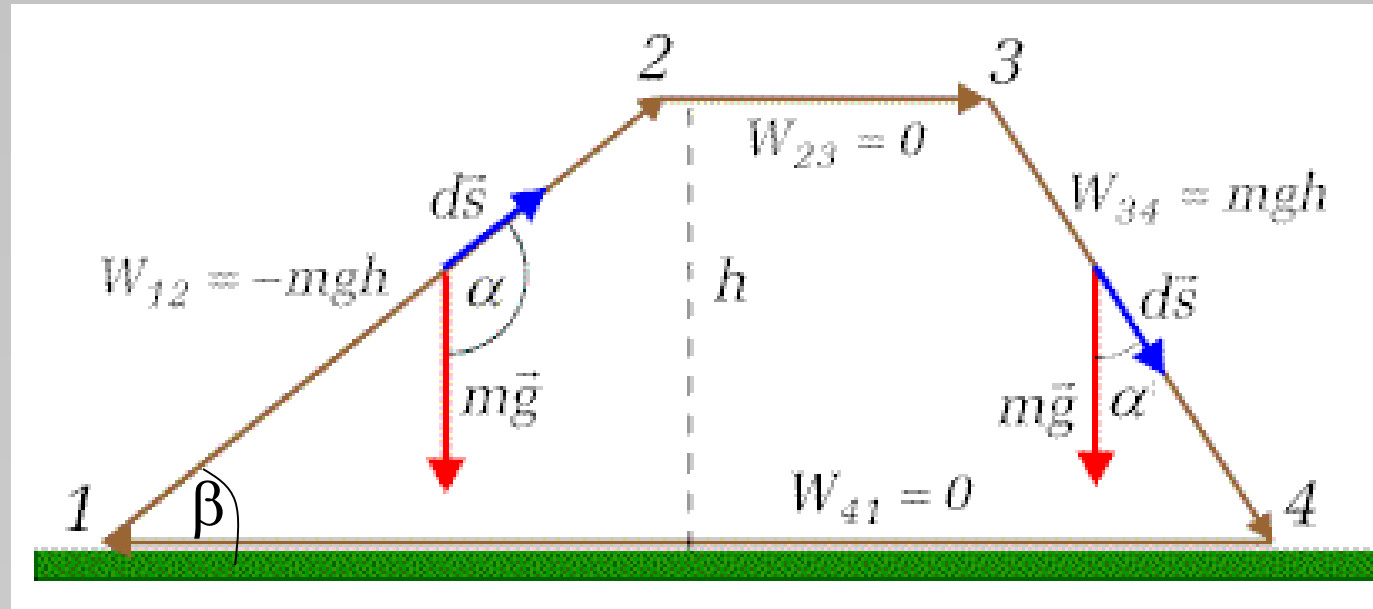
Praca kilku sił jest algebraiczną sumą prac wykonanych przez każdą z sił oddzielnie.

Moc

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Jednostka mocy – $1\text{W} = 1\text{J}/1\text{s}$

Siły zachowawcze



$$\beta = 90 - (180 - \alpha) = \alpha - 90 \quad \Rightarrow \quad \sin \beta = -\sin(90 - \alpha) = -\cos \alpha$$

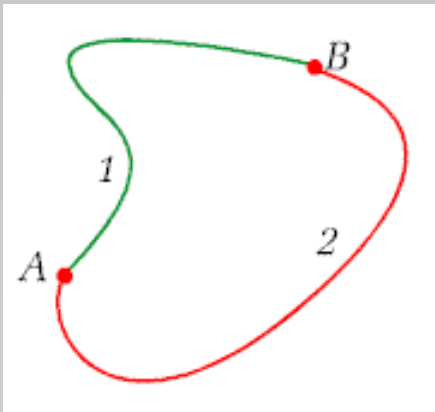
$$W_{12} = mg \cdot S_{12} \cdot \cos \alpha = mg \cdot \frac{h}{\sin \beta} \cdot \cos \alpha$$

$$W_{12} = mg \cdot \frac{h}{-\cos \beta} \cdot \cos \alpha = -mgh$$

Siły zachowawcze

$$W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = -m \cdot g \cdot h + 0 + m \cdot g \cdot h + 0 = 0$$

Praca siły grawitacji po torze zamkniętym jest równa zero
– siła zachowawcza



$$(W_{AB})_1 + (W_{BA})_2 = 0$$

$$(W_{AB})_2 = -(W_{BA})_2$$

$$(W_{AB})_1 = (W_{AB})_2$$

Jeśli praca siły po drodze zamkniętej nie równa się zero, to siła ta jest dyssypatywna (rozpraszająca)

Energia potencjalna

Energia potencjalna ciała w danym punkcie, względem określonego punktu odniesienia, równa jest pracy jaką wykonują siły zachowawcze przy przemieszczeniu ciała z danego punktu do punktu odniesienia.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$W_{AE} = E_{p_A} - E_{p_B} = -(E_{p_B} - E_{p_A}) = -\Delta E_p$$

$$dW = F \cdot dx = -dE_p \quad \text{lub}$$

$$F = -\frac{dE_p}{dx}$$

Siła pola grawitacyjnego zależy od szybkości zmian energii potencjalnej w przestrzeni.

Energia kinetyczna

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \cdot \int_A^B \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot \int_{v_A}^{v_B} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{v} = \\ &= m \cdot \int_{v_A}^{v_B} \vec{v} \cdot d\vec{v} = m \cdot \left. \frac{v^2}{2} \right|_{v_A}^{v_B} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - \frac{m \cdot v_A^2}{2} \end{aligned}$$

Praca wykonana przez wypadkową sił działających na ciało równa jest zmianie jego energii kinetycznej.

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$W_{AB} = E_{k_B} - E_{k_A}$$

Prawo zachowania energii

$$W_{AB} = E_{p_A} - E_{p_B} = E_{k_B} - E_{k_A}$$



$$E_{p_A} + E_{k_A} = E_{p_B} + E_{k_B}$$

$$E_p + E_k = \text{const}$$



Całkowita energia mechaniczna ciała, na które działają tylko siły zachowawcze, jest stała.

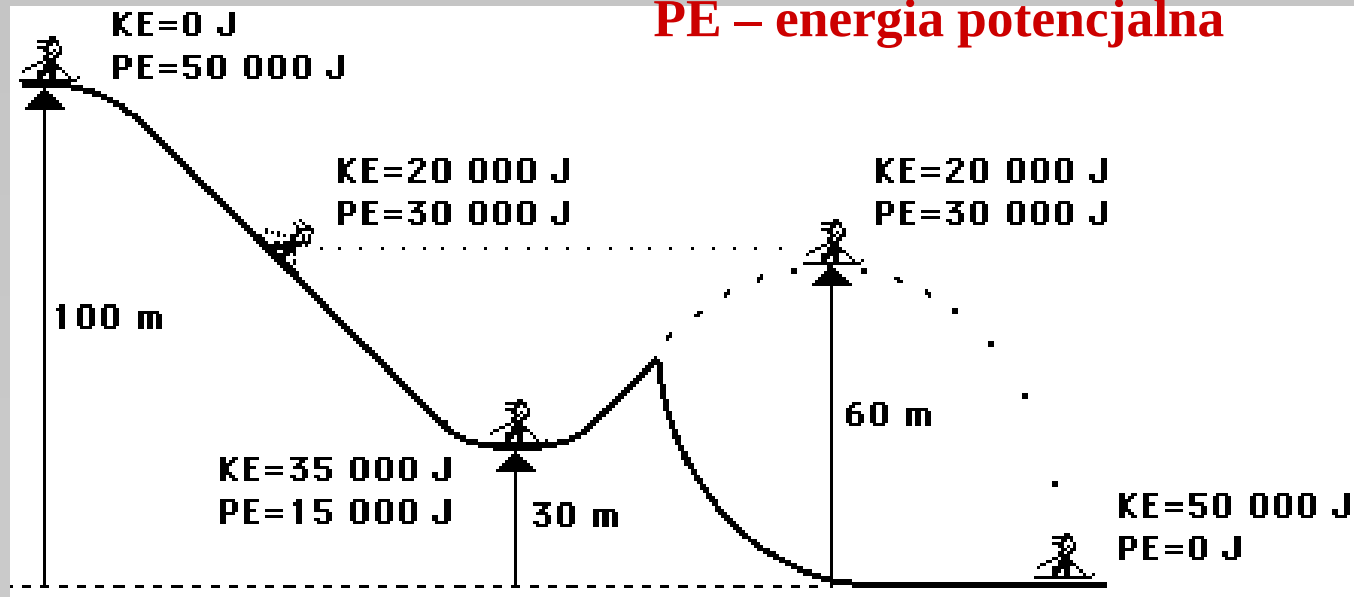
$$-(E_{p_B} - E_{p_A}) = E_{k_B} - E_{k_A}, \quad \text{czyli} \quad -\Delta E_p = \Delta E_k$$

Energia całkowita układu odosobnionego jest stała.

Prawo zachowania energii

KE – energia kinetyczna

PE – energia potencjalna

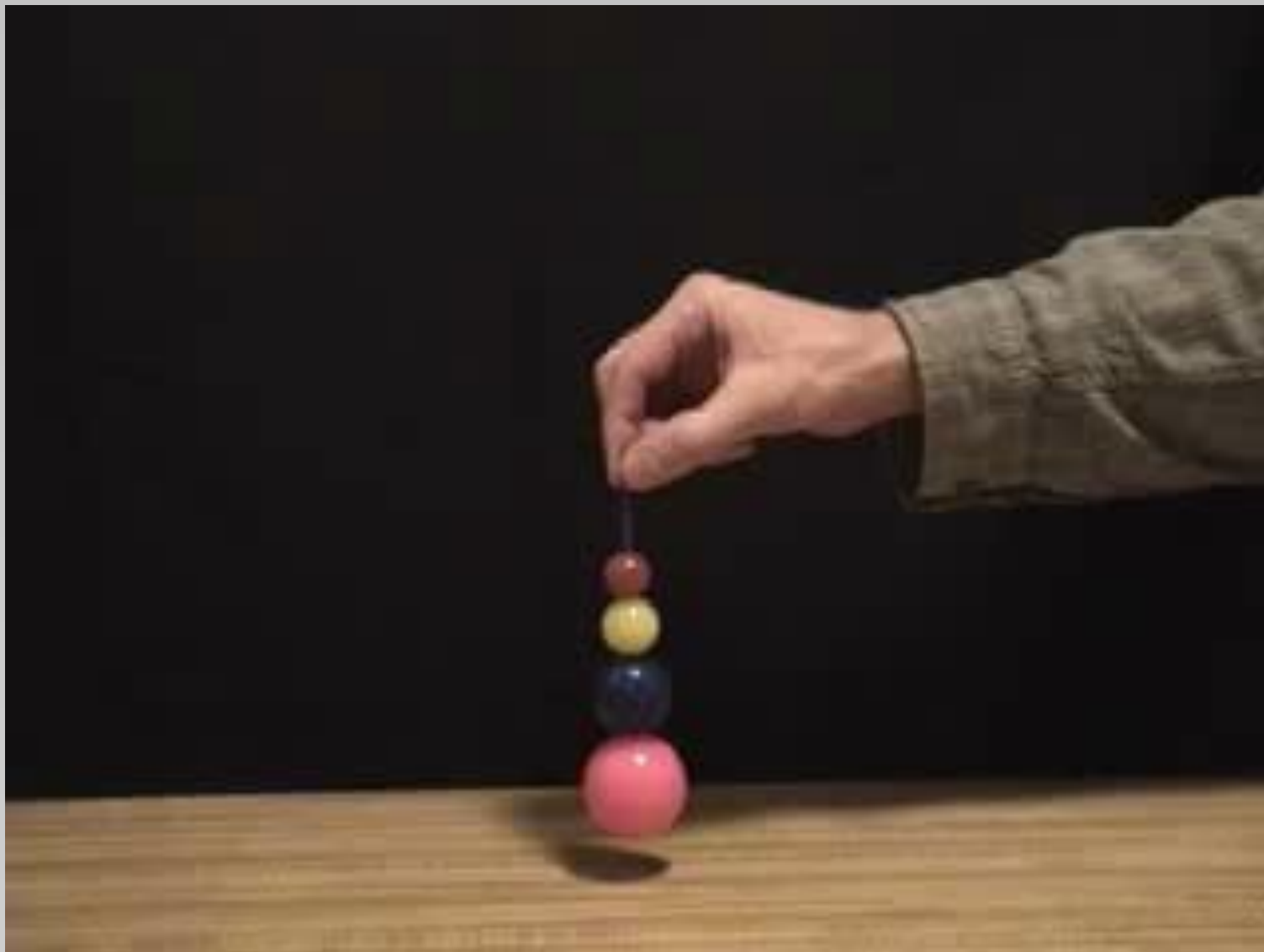


$m = 50 \text{ kg}$

Prawo zachowania energii



Prawo zachowania energii



Zderzenia sprężyste i niesprężyste

Zderzenie sprężyste


$$E_{k1} + E_{k2} = E'_{k1} + E'_{k2}$$
$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2$$

Zderzenie niesprężyste

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2$$

Przykłady zderzeń

physics-animations.com



physics-animations.com



physics-animations.com



physics-animations.com



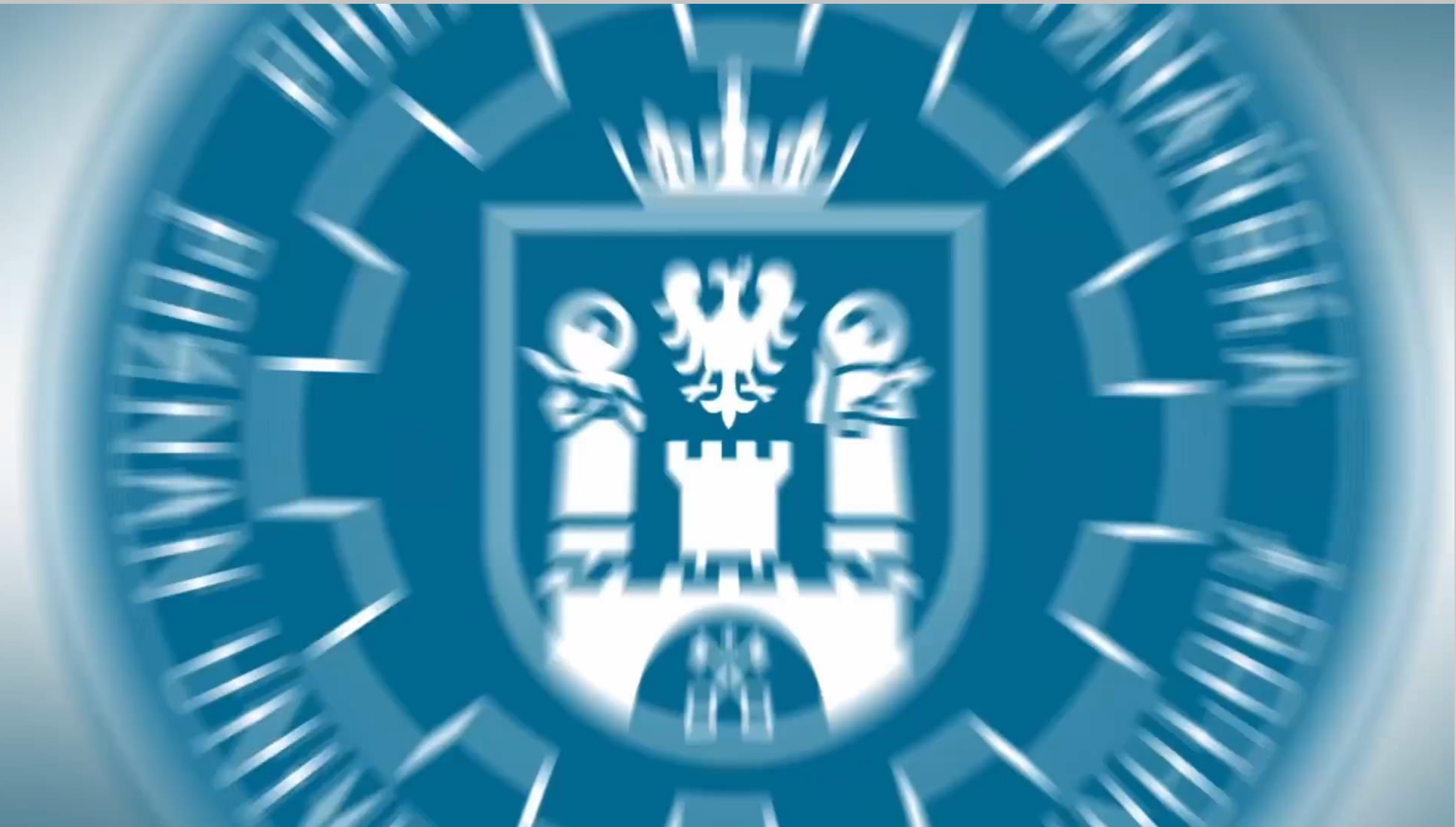
physics-animations.com



Demonstracje zasady dynamiki Newtona



Demonstracje Zasada zachowania pędu



Demonstracje Zachowanie energii



Demonstracje siły bezwładności

