



Metody pomiarowe

- Definicja i klasyfikacja metod pomiarowych.
- Klasyfikacja błędów pomiarów.
- Błąd systematyczny metody pomiarowej.
- Poprawka i wartość poprawna.
- Pomiar rezystancji metodą techniczną (pomiar pośredni).
- Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich.



Metrologia



Metody pomiarowe



Metoda pomiarowa - zespół czynności podczas przeprowadzania pomiaru, w celu określenia wartości wielkości mierzonej.

Podział metod wg sposobu otrzymania wartości wielkości mierzonej

Metody bezpośrednie

Wartość wielkości mierzonej otrzymuje się wprost, bez dodatkowych obliczeń i pomiaru innych wartości wielkości.

Pomiar bezpośredni:

mierzymy wprost: Y

i

Y jest wartością wielkości mierzonej.

Metody pośrednie

Wartość wielkości mierzonej oblicza się na podstawie zmierzonych innych wartości wielkości.

Pomiar pośredni:

mierzymy wprost: $X_1, X_2, \dots, X_N$

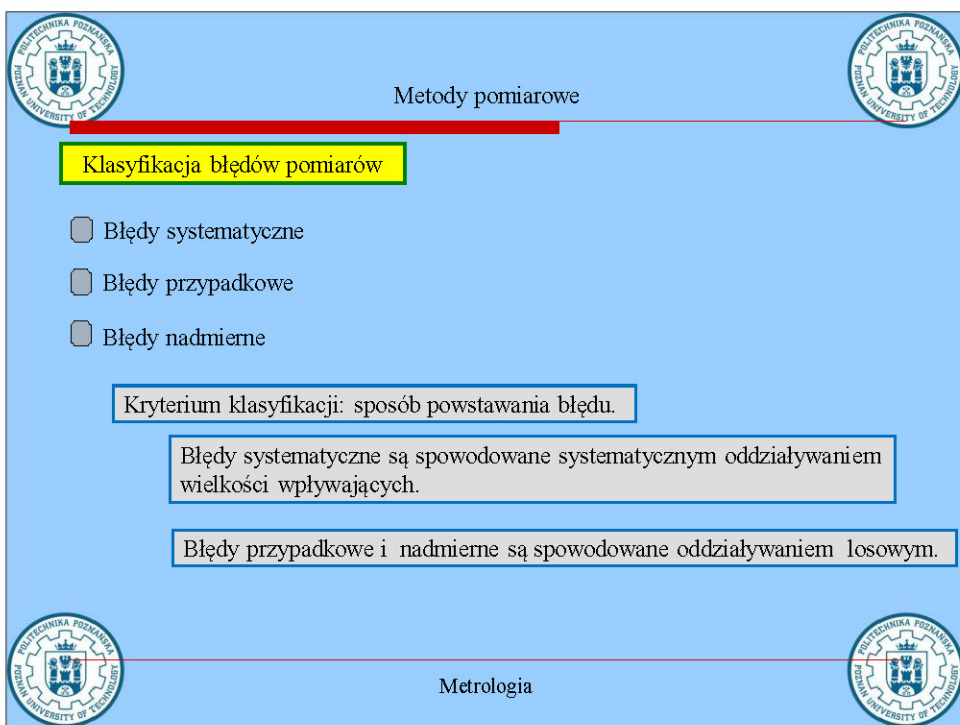
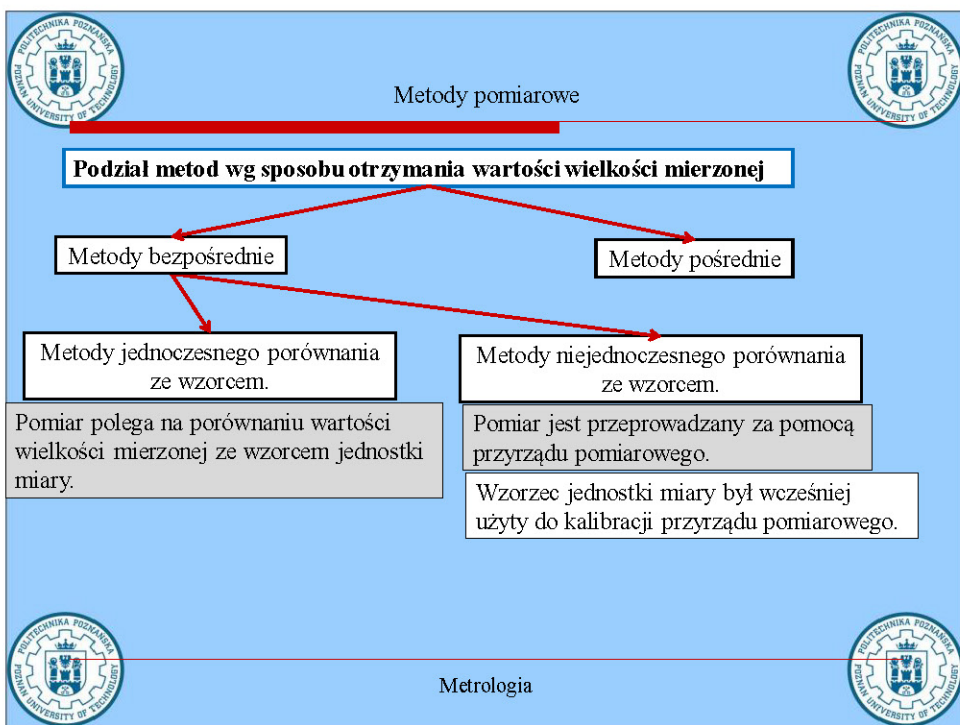
następnie obliczamy: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$

Y jest wartością wielkości mierzonej.



Metrologia







Metody pomiarowe



- ☐ Błędy systematyczne - pozostają stałe zarówno co do wartości, jak i znaku podczas wykonywania serii pomiarów tej samej wielkości mierzonej w tych samych warunkach.
Przy zmianie warunków zmieniają się z określoną prawidłowością, którą można wyznaczyć analitycznie.
- ☐ Błędy przypadkowe - zmieniają się w sposób losowy zarówno co do wartości, jak i znaku podczas wykonywania serii pomiarów tej samej wielkości mierzonej w tych samych warunkach.
- ☐ Błędy nadmierne - są to błędy przypadkowe o bardzo małym prawdopodobieństwie wystąpienia.

Wyniki obarczone błędem nadmiernym odrzucamy.



Metrologia



Metody pomiarowe



Błąd systematyczny metody pomiarowej

Dla danej metody wartość tego błędu można wyznaczyć analitycznie.

Jeżeli znamy opis matematyczny metody:

- 1) przyjmujemy wartość rzeczywistą - W_r
- 2) analitycznie wyznaczamy wartość otrzymaną - W_o

Bezwzględny błąd systematyczny metody: $\Delta_s = W_o - W_r$

W wyniku obliczeń otrzymujemy zależność, na podstawie której można określić wartość błędu systematycznego.

Definiowany jest także względny błąd systematyczny: $\delta_s = \frac{\Delta_s}{W_r}$



Metrologia





Metody pomiarowe



Poprawka – wartość dodana do wartości otrzymanej w celu korekcji błędu systematycznego.

Wartość poprawna – wartość otrzymana po korekcji błędu systematycznego.

Jeżeli znamy znak i wartość błędu systematycznego Δ_s możemy wyznaczyć poprawkę p na podstawie zależności:

$$p = -\Delta_s$$

Znając poprawkę można obliczyć wartość poprawną W_{pop} :

$$W_{pop} = W_o + p$$



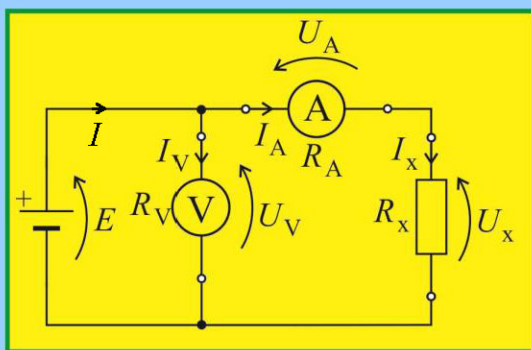
Metrologia



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



R_A - rezystancja wewnętrzna amperomierza.

R_V - rezystancja wewnętrzna woltomierza.

A - amperomierz służy do pomiaru natężenia prądu elektrycznego.

V - woltomierz służy do pomiaru napięcia elektrycznego.



Metrologia

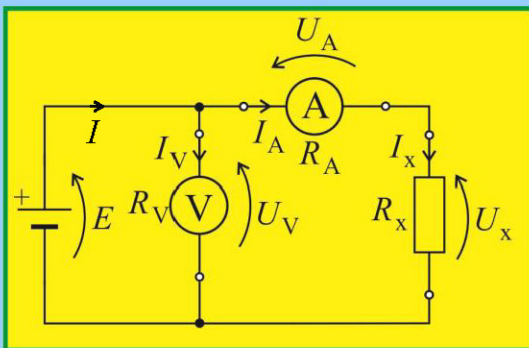




Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Wartość otrzymana w wyniku pomiaru pośredniego:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad (1)$$

gdzie:

U_V – wartość odczytana z woltomierza,

I_A – wartość odczytana z amperomierza.

Pomiar pośredni:

- mierzymy bezpośrednio U_V i I_A ,
- następnie obliczamy R_o .



Metrologia

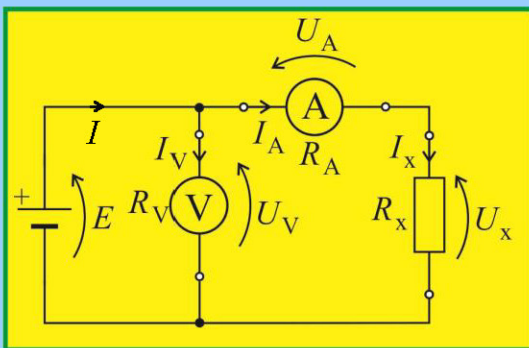
15.04.2024



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Wartość otrzymana w wyniku pomiaru pośredniego:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad (1)$$

gdzie:

U_V – wartość odczytana z woltomierza,

I_A – wartość odczytana z amperomierza.

$$I_A = ? \quad U_V = ?$$



Metrologia

15.04.2024

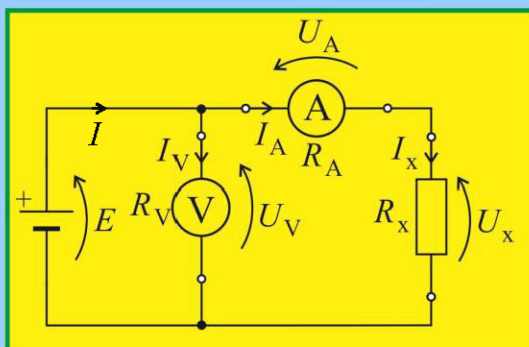




Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Wartość otrzymana w wyniku pomiaru pośredniego:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad (1)$$

gdzie:

U_V – wartość odczytana z woltomierza,

I_A – wartość odczytana z amperomierza.

$$I_A = ? \quad U_V = ?$$

$$I_A = I_x \quad (2)$$

wniosek:

(A) - amperomierz wskazuje prąd płynący przez R_x .

Metoda poprawnie mierzonego prądu.



Metrologia

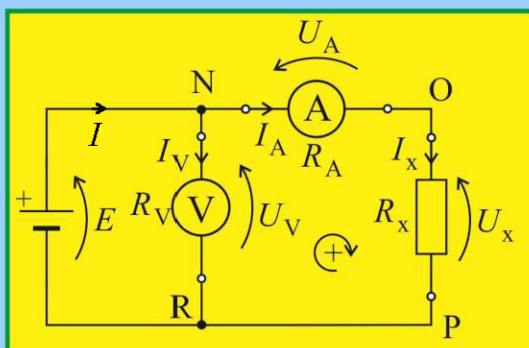
15.04.2024



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Dla konturu zamkniętego NOPRN zapisujemy NPK:

$$U_V - U_A - U_x = 0$$

stąd:

$$U_V = U_x + U_A \quad (3)$$

wniosek:

(V) - woltomierz wskazuje sumę napięć na rezystorze R_x i rezystancji wewnętrznej amperomierza R_A .

Metoda posiada błąd systematyczny.



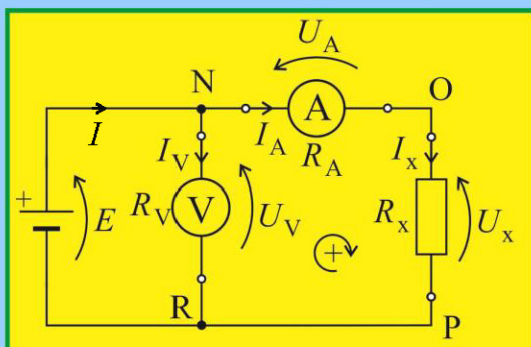
Metrologia

15.04.2024





Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



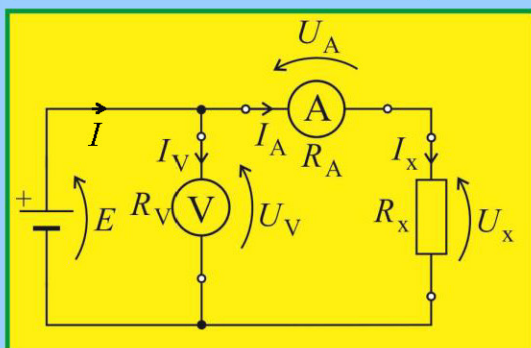
Po podstawieniu równań (2) i (3) do równania (1) otrzymujemy:

$$R_o = \frac{U_x + U_A}{I_x} = \frac{U_x + I_A \cdot R_A}{I_x} = \frac{I_x \cdot R_x + I_x \cdot R_A}{I_x} = R_x + R_A$$

$$R_o = R_x + R_A$$



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Kiedy $R_o \approx R_x$?

$$R_o = R_x + R_A$$

dla: $R_x \gg R_A$

Wniosek: metodę stosujemy do pomiaru rezystancji dużo większych od R_A (rezystancja wewnętrzna amperomierza) bez wprowadzania poprawki.

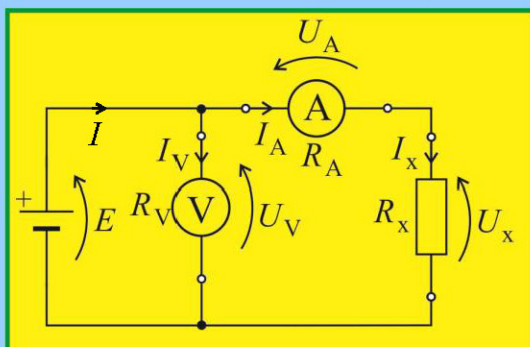




Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego prądu.



Metoda posiada błąd systematyczny.

Bezwzględny:

$$\Delta_s = R_o - R_r = R_x + R_A - R_x = R_A$$

$$\Delta_s = R_A$$

Względny:

$$\delta_s = \frac{\Delta_s}{R_r} = \frac{R_A}{R_x} = \frac{R_A}{R_o - R_A}$$

gdzie:

R_o - wartość otrzymana R ,

$R_r = R_x$ - wartość rzeczywista R .

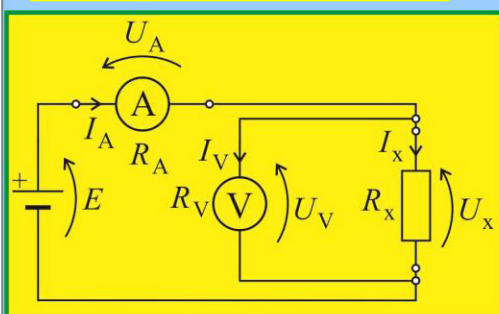
R_A - rezystancja wewnętrzna amperomierza.



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



R_A - rezystancja wewnętrzna amperomierza.

R_V - rezystancja wewnętrzna woltomierza.

V - woltomierz służy do pomiaru napięcia elektrycznego.

A - amperomierz służy do pomiaru natężenia prądu elektrycznego.

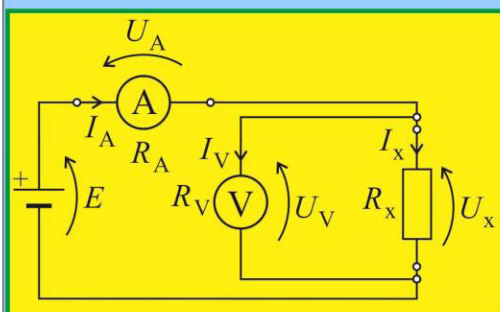




Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



Wartość otrzymana w wyniku pomiaru pośredniego:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad (1)$$

gdzie:

U_V – wartość odczytana z woltomierza,

I_A – wartość odczytana z amperomierza.

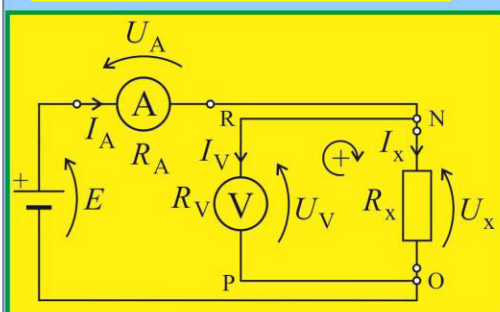
$$I_A = ? \quad U_V = ?$$



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



Dla konturu zamkniętego NOPRN zapisujemy NPK:

$$U_V - U_X = 0$$

stąd:

$$U_V = U_X \quad (2)$$

wniosek:

V - woltomierz wskazuje napięcie na rezystorze R_X .

Metoda poprawnie mierzonego napięcia.

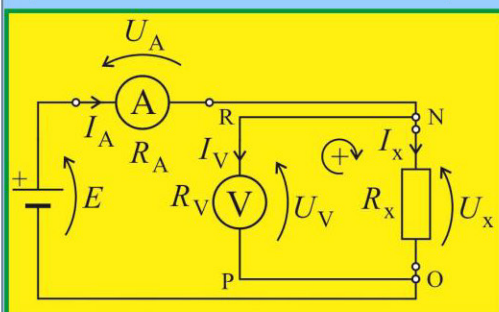




Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



Dla węzła N zapisujemy PPK:

$$I_A = I_x + I_V \quad (3)$$

wniosek:

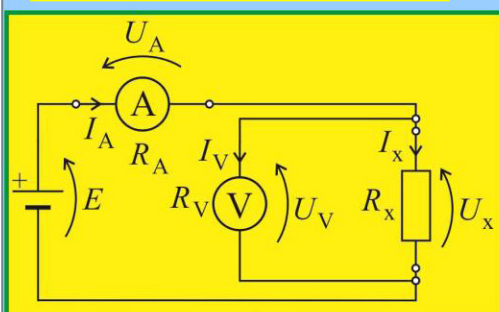
(A) - amperomierz wskazuje sumę prądów płynących przez rezystor R_x i rezystancję wewnętrzną woltomierza R_V .



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



Metoda posiada błąd systematyczny.

Bezwzględny:

$$\Delta_s = -\frac{R_o^2}{R_V - R_o}$$

Względny:

$$\delta_s = -\frac{R_o}{R_V}$$

gdzie:

R_o - wartość otrzymana R ,

R_V - rezystancja wewnętrzna woltomierza.

Metodę stosujemy do pomiaru rezystancji dużo mniejszych od R_V (rezystancja wewnętrzna woltomierza) bez wprowadzania poprawki.

$$R_x \ll R_V$$

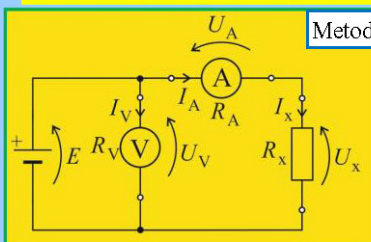




Metody pomiarowe



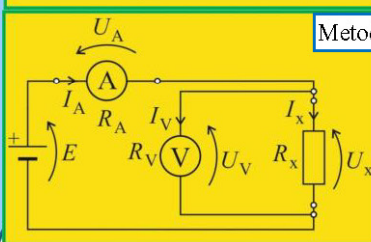
Pomiar rezystancji metodą techniczną



Metoda poprawnie mierzonego prądu.

$$R_o = \frac{U_V}{I_A}$$

$$\Delta_s = R_A$$



Metoda poprawnie mierzonego napięcia.

$$R_o = \frac{U_V}{I_A}$$

$$\Delta_s = -\frac{R_o^2}{R_V - R_o}$$



Metrologia

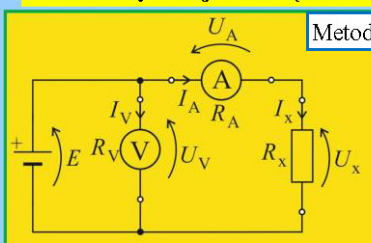
15.04.2024



Metody pomiarowe

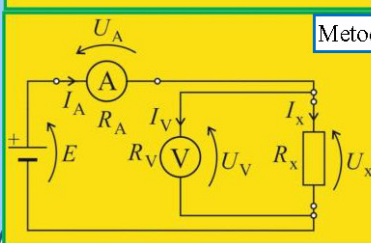


Pomiar rezystancji metodą techniczną



Metoda poprawnie mierzonego prądu.

Metodę stosujemy do pomiaru rezystancji dużo większych od R_A (rezystancja wewnętrzna amperomierza) bez wprowadzania poprawki.



Metoda poprawnie mierzonego napięcia.

Metodę stosujemy do pomiaru rezystancji dużo mniejszych od R_V (rezystancja wewnętrzna woltomierza) bez wprowadzania poprawki.



Metrologia

15.04.2024



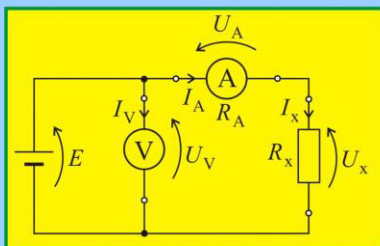


Metody pomiarowe



Przykład 6.1.

Do pomiaru wartości rezystancji rezystora R_x zastosowano metodę poprawnie mierzonego prądu. Wartości zmierzonego prądu i napięcia wyniosły odpowiednio: $I_A = 25 \text{ mA}$ i $U_V = 5 \text{ V}$. Wartość rezystancji wewnętrznej amperomierza wynosi $R_A = 100 \Omega$. Wyznaczyć wartość rezystancji rezystora. Usunąć wpływ błędu systematycznego poprzez wprowadzenie poprawki.



1. Wartość otrzymana w wyniku pomiaru:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} = \frac{5 \text{ V}}{25 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 200 \Omega$$

2. Bezwzględny błąd systematyczny metody:

$$\Delta_s = R_A = 100 \Omega$$

3. Wyznaczamy poprawkę:

$$p = -\Delta_s = -100 \Omega$$

4. Obliczamy wartość poprawną:

$$R_{pop} = R_o + p = 200 \Omega - 100 \Omega = 100 \Omega$$



Metrologia

15.04.2024

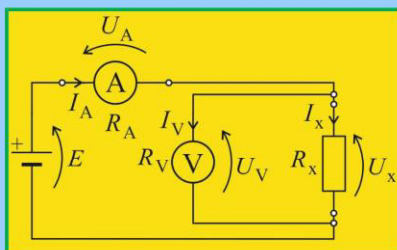


Metody pomiarowe



Przykład 6.2.

Do pomiaru wartości rezystancji rezystora R_x zastosowano metodę poprawnie mierzonego napięcia. Wartości zmierzonego prądu i napięcia wyniosły odpowiednio: $I_A = 100 \mu\text{A}$ i $U_V = 5 \text{ V}$. Wartość rezystancji wewnętrznej woltomierza wynosi $R_V = 100 \text{ k}\Omega$. Wyznaczyć wartość rezystancji rezystora. Usunąć wpływ błędu systematycznego poprzez wprowadzenie poprawki.



1. Wartość otrzymana w wyniku pomiaru:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} = \frac{5 \text{ V}}{100 \cdot 10^{-6} \text{ A}} = 50 \text{ k}\Omega$$

2. Bezwzględny błąd systematyczny metody:

$$\Delta_s = -\frac{R_o^2}{R_V - R_o} = -\frac{(50 \cdot 10^3)^2}{100 \cdot 10^3 - 50 \cdot 10^3} = -50 \text{ k}\Omega$$

3. Wyznaczamy poprawkę:

$$p = -\Delta_s = 50 \text{ k}\Omega$$

4. Obliczamy wartość poprawną:

$$R_{pop} = R_o + p = 50 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega = 100 \text{ k}\Omega$$



Metrologia

15.04.2024





Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



- Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement.

- Zawiera wskazówki dotyczące wyrażania niepewności pomiaru.

- Plik z przewodnikiem można ściągnąć z sieci web:

<https://www.bipm.org/en/committees/jc/jcgm/publications>

- BIMP (*Bureau International des Poids et Mesures*) Międzynarodowe Biuro Miar i Wąg.

- Wyrażanie niepewności pomiarów. Przewodnik.



Metrologia



Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Wyznaczanie niepewności rozszerzonej.

- 1 Błędy nadmierne ujawniamy i usuwamy.
- 2 Błędy systematyczne o znanym znaku i wartości usuwamy wprowadzając poprawkę.
- 3 Wyznaczamy niepewności standardowe dla poszczególnych błędów pomiaru metodą typu A lub metodą typu B.
- 4 Wyznaczamy niepewność standardową złożoną.
- 5 Obliczamy niepewność rozszerzoną dla przyjętego prawdopodobieństwa.

Wyróżniamy:

- ☐ niepewność standardową (u_s),
- ☐ niepewność standardową złożoną (u_z),
- ☐ niepewność rozszerzoną (u_r).



Metrologia





Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Wartość mierzona – estymata (oszacowanie) wartości mierzonej. Oznaczenia z „Przewodnika”.

Mierzymy wartość $X \Rightarrow$ w wyniku pomiaru bezpośredniego otrzymujemy x .

Mówimy, że x jest estymatą wartości mierzonej X .

Pomiary pośrednie.

Mierzymy pośrednio wartość: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$

W wyniku pomiarów bezpośrednich otrzymujemy estymaty $x_1, x_2, \dots, x_N$
wartości mierzonych $X_1, X_2, \dots, X_N$

Następnie obliczamy: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$

Mówimy, że y jest estymatą wartości mierzonej Y .

Wielkie litery X i Y oznaczają wartości, które mierzymy.

Małe litery x i y oznaczają wartości, które w wyniku pomiarów otrzymujemy czyli estymaty wartości mierzonych.



Metrologia

15.04.2024



Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Jak obliczyć niepewność dla pomiaru pośredniego?

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

gdzie: y – estymata wartości mierzonej Y , x – estymata wartości mierzonej X .

1) Dla $x_1, x_2, \dots, x_N$ obliczamy niepewności standardowe

$u_s(x_1), u_s(x_2), \dots, u_s(x_N)$ gdzie: $u_s(x)$ – wartości niepewności standardowej dla estymaty x wartości mierzonej X .

2) Obliczamy niepewność standardową złożoną na podstawie wzoru:

$$u_z(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_s^2(x_i)}$$

gdzie:
 $u_z(y)$ – wartość niepewności standardowej złożonej dla estymaty y wartości mierzonej Y .

Prawo propagacji niepewności.



Metrologia

15.04.2024





Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Jak obliczyć niepewność dla pomiaru pośredniego?

- 3 Obliczamy niepewność rozszerzoną na podstawie wzoru:

$$u_r(y) = w(pr) \cdot u_z(y)$$

gdzie:

$u_z(y)$ – wartości niepewności rozszerzonej dla estymaty y wartości mierzonej Y ,

$w(pr)$ - współczynnik rozszerzenia dla przyjętego prawdopodobieństwa pr .

W praktyce przyjmujemy:

$w(pr) = 2$ dla przyjętego prawdopodobieństwa $pr = 0,95$.

$w(pr) = 3$ dla przyjętego prawdopodobieństwa $pr = 0,99$.



Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Jak obliczyć niepewność dla pomiaru rezystancji metodą techniczną?

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2} \quad x_1 = U_V \quad x_2 = I_A$$

- 1 Dla U_V, I_A obliczamy niepewności standardowe $u_s(U_V), u_s(I_A)$

Niepewność standardowa pomiaru napięcia:

$$u_s(U_V) = \frac{\Delta_g(U_V)}{\sqrt{3}} \quad \Delta_g(U_V) - \text{błąd graniczny pomiaru napięcia za pomocą woltomierza.}$$

Niepewność standardowa pomiaru prądu:

$$u_s(I_A) = \frac{\Delta_g(I_A)}{\sqrt{3}} \quad \Delta_g(I_A) - \text{błąd graniczny pomiaru prądu za pomocą amperomierza.}$$





Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Jak obliczyć niepewność dla pomiaru rezystancji metodą techniczną?

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} \quad y = f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2} \quad x_1 = U_V \quad x_2 = I_A$$

2 Dla x_1, x_2 obliczamy niepewność standardową złożoną.

$$u_z(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_s^2(x_i)} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \cdot u_s^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \cdot u_s^2(x_2)}$$

$$u_z(R_o) = \sqrt{\left(\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial U_V} \right)^2 \cdot u_s^2(U_V) + \left(\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial I_A} \right)^2 \cdot u_s^2(I_A)}$$



Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Jak obliczyć niepewność dla pomiaru rezystancji metodą techniczną?

$$u_z(R_o) = \sqrt{\left(\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial U_V} \right)^2 \cdot u_s^2(U_V) + \left(\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial I_A} \right)^2 \cdot u_s^2(I_A)}$$

$$\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial U_V} = \frac{d(U_V/I_A)}{dU_V} = \frac{1}{I_A}$$

$$\frac{\partial(U_V/I_A)}{\partial I_A} = \frac{d(U_V/I_A)}{dI_A} = \frac{d(U_V \cdot I_A^{-1})}{dI_A} = U_V \cdot (-1) I_A^{-2} = -\frac{U_V}{I_A^2}$$

$$u_z(R_o) = \sqrt{\left(\frac{1}{I_A} \right)^2 \cdot u_s^2(U_V) + \left(-\frac{U_V}{I_A^2} \right)^2 \cdot u_s^2(I_A)}$$

3 Obliczamy niepewność standardową rozszerzoną na podstawie wzoru:

$$u_r(R_o) = w(pr) \cdot u_z(R_o)$$





Przykład 6.3.

Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Do pomiaru wartości rezystancji rezystora zastosowano metodę poprawnie mierzonego napięcia. Zapisać poprawnie wynik pomiaru. Przyjąć, że wartość rezystancji rezystora jest dużo mniejsza od wartości rezystancji wewnętrznej woltomierza.

Dane: $I_A = 1,363 \text{ mA}$ – wartość odczytana z amperomierza,

$U_V = 1,526 \text{ V}$ – wartość odczytana z woltomierza,

$\Delta g(I_A) = 7,82 \text{ } \mu\text{A}$ – obliczona wartość błędu granicznego pomiaru prądu,

$\Delta g(U_V) = 1,58 \text{ mV}$ – obliczona wartość błędu granicznego pomiaru napięcia.



Metrologia

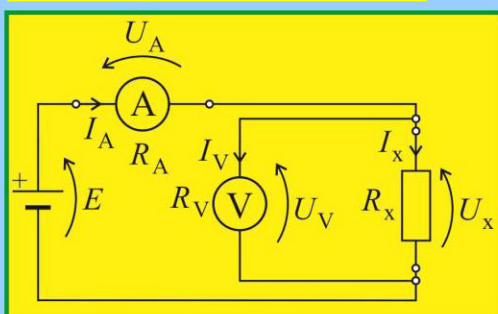
15.04.2024



Metody pomiarowe



Pomiar rezystancji metodą techniczną - metoda poprawnie mierzonego napięcia.



$$R_o = \frac{U_V}{I_A}$$

Metodę stosujemy do pomiaru rezystancji dużo mniejszych od R_V (rezystancja wewnętrzna woltomierza) bez wprowadzania poprawki.

$$R_x \ll R_V$$

Dlatego w przykładzie 6.3 nie wprowadzamy poprawki.



Metrologia

15.04.2024



**Przykład 6.3.****Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich**

Do pomiaru wartości rezystancji rezystora zastosowano metodę poprawnie mierzonego napięcia. Zapisać poprawnie wynik pomiaru. Przyjąć, że wartość rezystancji rezystora jest dużo mniejsza od wartości rezystancji wewnętrznej woltomierza.

Dane: $I_A = 1,363 \text{ mA}$ – wartość odczytana z amperomierza,

$U_V = 1,526 \text{ V}$ – wartość odczytana z woltomierza,

$\Delta g(I_A) = 7,82 \text{ } \mu\text{A}$ – obliczona wartość błędu granicznego pomiaru prądu,

$\Delta g(U_V) = 1,58 \text{ mV}$ – obliczona wartość błędu granicznego pomiaru napięcia.

Nie wprowadzamy poprawki, ponieważ wartość rezystancji rezystora jest dużo mniejsza od wartości rezystancji wewnętrznej woltomierza.

- 1) Obliczamy wartość otrzymaną w wyniku pomiaru pośredniego:

$$R_o = \frac{U_V}{I_A} = \frac{1,526 \text{ V}}{1,363 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1119,589 \Omega$$

- 2) Obliczamy niepewność standardową pomiaru prądu:

$$u_s(I_A) = \frac{\Delta_g(I_A)}{\sqrt{3}} = \frac{7,82 \text{ } \mu\text{A}}{\sqrt{3}} = 4,51 \text{ } \mu\text{A}$$

**Przykład 6.3.****Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich**

Dane: $I_A = 1,363 \text{ mA}$, $U_V = 1,526 \text{ V}$, $\Delta g(I_A) = 7,82 \text{ } \mu\text{A}$, $\Delta g(U_V) = 1,58 \text{ mV}$.

- 3) Obliczamy niepewność standardową pomiaru napięcia:

$$u_s(U_V) = \frac{\Delta_g(U_V)}{\sqrt{3}} = \frac{1,58 \text{ mV}}{\sqrt{3}} = 0,912 \text{ mV}$$

- 4) Obliczamy niepewność standardową złożoną:

$$u_z(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_s^2(x_i)} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \cdot u_s^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \cdot u_s^2(x_2)}$$

$$\begin{aligned} u_z(R_o) &= \sqrt{\left(\frac{\partial (U_V/I_A)}{\partial U_V} \right)^2 \cdot u_s^2(U_V) + \left(\frac{\partial (U_V/I_A)}{\partial I_A} \right)^2 \cdot u_s^2(I_A)} = \sqrt{\left(\frac{1}{I_A} \right)^2 \cdot u_s^2(U_V) + \left(-\frac{U_V}{I_A^2} \right)^2 \cdot u_s^2(I_A)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{1,363 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \cdot (0,912 \cdot 10^{-3})^2 + \left(-\frac{1,526}{(1,363 \cdot 10^{-3})^2} \right)^2 \cdot (4,51 \cdot 10^{-6})^2} = 3,765 \Omega \end{aligned}$$



**Przykład 6.3.**

Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Dane: $I_A = 1,363 \text{ mA}$, $U_V = 1,526 \text{ V}$, $\Delta g(I_A) = 7,82 \text{ }\mu\text{A}$, $\Delta g(U_V) = 1,58 \text{ mV}$.

- 5 Obliczamy niepewność rozszerzoną:

$$u_r(y) = w(pr) \cdot u_z(y)$$

Przyjmujemy $w(pr) = 3$ dla $pr = 0,99$, stąd:

$$u_r(R_o) = 3 \cdot u_z(R_o) = 3 \cdot 3,765 \text{ }\Omega = 11,29 \text{ }\Omega$$

- 6 Zaokrąglamy w górę liczbę wyrażającą niepewność rozszerzoną do 1 cyfry znaczącej:

$$u_r(R_o) = 11,29 \text{ }\Omega \approx 2 \cdot 10^1 \text{ }\Omega$$

- 7 Obliczamy błąd względny zaokrąglenia.

$$\delta = \frac{2 \cdot 10^1 - 11,29}{11,29} \cdot 100\% \approx 77\%$$

**Przykład 6.3.**

Określanie niepewności dla pomiarów pośrednich



Dane: $I_A = 1,363 \text{ mA}$, $U_V = 1,526 \text{ V}$, $\Delta g(I_A) = 7,82 \text{ }\mu\text{A}$, $\Delta g(U_V) = 1,58 \text{ mV}$.

- 8 Ponieważ: $\delta > 10\%$ liczbę wyrażającą niepewność rozszerzoną zaokrąglamy w górę do dwóch cyfr znaczących:

$$u_r(R_o) = 11,29 \text{ }\Omega \approx 12 \text{ }\Omega$$

- 9 Zapisujemy poprawnie wynik:

$$R_p = (1120 \pm 12) \text{ }\Omega$$

Co oznacza, że dla przyjętego $w(pr) = 3$ wartość rzeczywista R_r znajduje się w przedziale:

$$(1120 - 12) \text{ }\Omega \leq R_r \leq (1120 + 12) \text{ }\Omega$$

$$1108 \text{ }\Omega \leq R_r \leq 1132 \text{ }\Omega$$

z prawdopodobieństwem $pr = 0,99$.

