

Wzory Eulera
$e^{j\omega} = \cos \omega + j \sin \omega$
$\cos \omega = \frac{e^{j\omega} + e^{-j\omega}}{2}$
$\sin \omega = \frac{e^{j\omega} - e^{-j\omega}}{2j}$

Iloczyny Trygonometryczne
$\sin A \cos B = \frac{1}{2}[\sin(A + B) + \sin(A - B)]$
$\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A + B) + \cos(A - B)]$
$\sin A \sin B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) - \cos(A + B)]$

Wartość średnia sygnału
Wzór ogólny: $\overline{F} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$
Dla s. okresowych: $\overline{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$

Energia sygnału
Wzór ogólny: $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) ^2 dt$
Dla s. okresowych: $E = \int_T f(t) ^2 dt$
Transformata: $E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) ^2 d\omega$

Moc sygnału
$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) ^2 dt$
S. okresowy: $P = \frac{1}{T} \int_T f(t) ^2 dt$

Pochodna w dziedzinie pulsacji
$(-j \cdot t)^m \cdot f(t) \Leftrightarrow \frac{d^m F(j\omega)}{d\omega^m}$

Wartość skuteczna (RMS lub U):
$U = \sqrt{P}$ oraz $P = U^2$
$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t) ^2 dt}$

Liczby zespolone
Moduł: $ z = \sqrt{\{Re\}^2 + \{Im\}^2}$
Sprzężenie: $(A + j \cdot B)^* = (A - j \cdot B)$

Kwadraty funkcji
$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

Wspólny okres sygnałów
Okresy $f(a) \rightarrow T_A, b(t) \rightarrow T_B$
$T_C = \frac{NWW(T_A, T_B)}{N} \iff \frac{T_A}{T_B} \in Q$

Własności zesp. szeregu Fouriera
$g(t) = f(t - \Delta t) \Leftrightarrow G_k = F_k \cdot e^{-jk\omega \cdot \Delta t}$
$g(t) = f(-t) \Leftrightarrow G_k = F_k^*$

Transformata Fouriera
Wzór ogólny: $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$
Dla sygnałów okresowych:
$F(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi \cdot F_k \cdot \delta(\omega - k\frac{2\pi}{T})$
Wartość w zerze: $F(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$

Trygonometryczny szereg Fouriera
$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t))$
$a_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$
$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(k\omega_0 t) dt$
$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(k\omega_0 t) dt$

Zespolony szereg Fouriera
$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t}$
$F_0 = \overline{f}, \quad F_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$

Transformaty wybranych sygnałów
Delta Diraca: $\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} 1$
S. prostokątny: $\Pi(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} Sa(\frac{\omega}{2})$
S. trójkątny: $\Lambda(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} Sa^2(\frac{\omega}{2})$
Skok jedynkowy: $\mathbf{1}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
Sinus: $\sin \omega_0 t \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
Funkcja Sa (sinc): $Sa(\frac{t}{2}) \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi \Pi(\omega)$
Funkcja Signum (sign): $Sign(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{2}{j\omega}$
Funkcja e ⁺ : $e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
Funkcja e ⁻ : $e^{-j\omega_0 t} \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi\delta(\omega + \omega_0)$
Stała: $A \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi A\delta(\omega)$

Energia transformaty
$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) ^2 d\omega$

Twierdzenie Parsevala
Moc: $P = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) ^2 dt$
Moc za pomocą F_k : $P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k ^2$
$P = \sum_{k=-\infty}^{-1} F_k ^2 + F_0 ^2 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k ^2$
$\sum_{k=-\infty}^{-1} F_k ^2 = \sum_{k=1}^{\infty} F_{-k} ^2$
Dla syg. rzeczywistych: $ F_k = F_{-k} $

Twierdzenia Fouriera
Tw. o przesunięciu w czasie:
$f(t - t_0) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(j\omega) e^{-j\omega t_0}$
Tw. o modulacji:
$f(t) e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\mathcal{F}} F(j(\omega - \omega_0))$
Tw. o zmianie skali:
$f(at) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{ a } F(j\frac{\omega}{a})$
Tw. o całkowaniu:
$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) d\tau \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi\delta(\omega) F(0)$
Tw. o różniczkowaniu w dziedzinie czasu:
$\frac{d}{dt} f(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} j\omega F(j\omega)$
Tw. o symetrii przekształcenia:
$f(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} F(\omega) \implies F(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi(f(-\omega))$
Tw. o liniowości:
$f_1(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} F_1(j\omega) \quad \text{oraz} \quad f_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} F_2(j\omega)$
$f(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \alpha F_1(j\omega) + \beta F_2(j\omega)$

Wzory na pochodne
$(C)' = 0$
$(x^n)' = nx^{n-1}$
$(x)' = 1$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$(a^x)' = a^x \ln a$
$(e^x)' = e^x$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$
$(\cos x)' = -\sin x$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctan x)' = \frac{1}{x^2+1}$
$(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{x^2+1}$

Właściwości pochodnych
$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
$[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$
$[a \cdot f(x)]' = a \cdot f'(x)$
$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

Wzory przydatne w pochodnych
$\sqrt[b]{x^a} = x^{a/b}$
$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$

Przesunięcie sygnałów
S. prostokątny: $\Pi(\frac{\omega+\omega_x}{\omega_y})$
ω_x - przesunięcie, ω_y - długość
S. trójkątny: $\Lambda(\frac{t+t_x}{t_y})$
t_x - przesunięcie, t_y - długość/2

Widmo fazowe sygnału
$\phi(j\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{F(j\omega)\}}{\operatorname{Re}\{F(j\omega)\}}\right)$
Gdy istnieje tylko część urojona:
$\phi(j\omega) = +\frac{\pi}{2}$ dla $F(j\omega) > 0$
$\phi(j\omega) = -\frac{\pi}{2}$ dla $F(j\omega) < 0$
Gdy istnieje tylko część rzeczywista:
$\phi(j\omega) = 0$ dla $F(j\omega) > 0$
$\phi(j\omega) = \pi$ dla $F(j\omega) < 0$

Wzory na całki
$\int dx = x + C$
$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, \ n \neq -1$
$\int x \, dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$
$\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha}e^{\alpha x} + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$
$\int \tan x \, dx = -\ln \cos x + C$
$\int \cot x \, dx = \ln \sin x + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$
$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \ln \left x + \sqrt{x^2+a} \right + C$

Właściwości całek
$\int [f(x) + g(x)] \, dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
$\int [f(x) - g(x)] \, dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$
$\int a f(x)dx = a \int f(x)dx$

Wzory przydatne przy całkowaniu
$\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$
$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

LTI
$y(t) = f(t) * h(t)$
$Y(j\omega) = F(j\omega) \cdot H(j\omega)$